

Übungen zur Linearen Algebra II Blatt 10

Abgabefrist: Montag, den 1.7.2019 bis 10:10 Uhr in die Briefkästen

Aufgabe 34

Bestimmen Sie die Normalform N nach Satz 22.11 für

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie die auch Basiswechselmatrix $M_{T_Y, X}$ von der Standardbasis X zu der neuen Basis Y an, für die $N = M_{f_A, Y, Y}$ gilt.

Aufgabe 35

Zeigen Sie, dass für die Zahlen s_1, \dots, s_d in Satz 22.11 aus der Vorlesung

$$s_i = \dim(U_i/U_{i-1}) - \dim(U_{i+1}/U_i)$$

gilt. Insbesondere sind diese Zahlen also durch den nilpotenten Endomorphismus g eindeutig bestimmt.

Aufgabe 36

Der Endomorphismus $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ist durch die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

gegeben.

Zeigen Sie, dass das charakteristische Polynom $\chi_f = (t+2)(t-1)^2$ ist.

Nach welchem Satz aus der Vorlesung ist der Hauptraum $H := \text{Hau}(f, 1) \subset \mathbb{R}^3$ ist 2-dimensional?

Zeigen Sie, dass die nilpotente Abbildung $g := (f - \text{id})|_H : H \rightarrow H$ die Normalform $J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

hat, und bestimmen eine Basis Y für H , so dass $M_{g, Y, Y}$ in Normalform ist.

Aufgabe 37

Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ wie oben. Bestimmen Sie die Jordansche Normalform von f . Geben sie die Basiswechselmatrix $M_{T_Y, X}$ von der Standardbasis X zu der Basis Y an, für die $M_{f, Y, Y}$ in Jordanscher Normalform ist.