Universität Wuppertal
Fakultät IV, Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Jens Hornbostel
Sean Tilson, PhD

Sommersemester 2019
29.4.2019

Übungen zur Linearen Algebra II
Blatt 4

Abgabefrist: Montag, den **6.5.2019** bis **10:10** Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 11

(a) Für einen K-Vektorraum V und eine Teilmenge $A \subset V^*$ sei der Senkrechtraum zu A definiert als

$$A^\perp := \{\mathbf{v} \in V \mid \phi(\mathbf{v}) = 0 \text{ für alle } \phi \in A\}.$$

Beweisen Sie für beliebige Teilmengen $A, B \subset V^*$:

(i) $A^\perp \subset V$ ist ein Untervektorraum.
(ii) $\langle A \rangle^\perp = A^\perp$
(iii) $(A \cup B)^\perp = A^\perp \cap B^\perp$

(b) Bestimmen Sie für $V = K^3$ Basen der Senkrechträume

$$\{p_1\}^\perp, \{p_1, p_2\}^\perp, \{p_1, p_2, p_3\}^\perp,$$

wobei $p_1, p_2, p_3 \colon K^3 \to K$ die kanonischen Projektionen sind.

Aufgabe 12

Beweisen Sie Satz 16.11 aus der Vorlesung: Die kanonische Abbildung $\Phi : V \to V^{**}$ ist K-linear. Ist V endlichdimensional, so ist Φ ein Isomorphismus.

Aufgabe 13

Beweisen Sie, dass die Multiplikation auf $K[t]$ aus Definition 17.2 kommutativ ist.

Aufgabe 14

Bestimmen Sie $\mathrm{ev}_g(f)$ für $f = 3t^3 - 2t^2 + 6$ für

1. $g(t) = 2t - 1$
2. $g(t) = -t^2 + t + 4$