

Übungen zur Linearen Algebra II Blatt 1

Abgabefrist: Montag, den **15.4.2019** bis **10:10** Uhr in die Briefkästen

Aufgabe 1

Sei K ein beliebiger Körper und V ein n -dimensionaler K -Vektorraum. Es sei $\text{Mult}_K^n(V)$ die Menge der n -Multilinearformen aus Definition-Lemma 14.11 und $\text{Alt}_K^n(V)$ die Untermenge der alternierenden Formen. Zeigen Sie, dass $\text{Mult}_K^n(V)$ ein K -Vektorraum ist und bestimmen Sie seine Dimension. Zeigen Sie außerdem, dass $\text{Alt}_K^n(V)$ ein Untervektorraum ist.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie $\det(A)$, für die folgenden Matrizen A .

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Gilt $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$ für beliebige $A, B \in \text{Mat}_K(n \times n)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4

Sei K ein beliebiger Körper und $A, B \in \text{Mat}_K(n \times n)$, wobei $A \neq 0$, $B \neq 0$ und $A \cdot B = 0$. Zeigen Sie, dass dann $\det(A) = 0 = \det(B)$ gilt.